У древних людей, кроме каменного топора и шкуры вместо одежды, ничего не было, поэтому считать им было нечего. Постепенно они стали приручать скот, возделывать поля; появилась торговля, и тут уж без счета никак не обойтись.

Сначала считали на пальцах. Когда пальцы на одной руке кончались, переходили на другую, а если на двух руках не хватало, переходили на ноги.

Мы рассмотрели некоторые способы быстрого, рационального счета, используемые в наше время.

**Сложение и вычитание.**

***Сложение с перестановкой слагаемых*** (делаем перестановку слагаемых, применяя переместительный закон, чтобы получить круглое число при сложении, группу слагаемых заключаем в скобки и складываем на основании сочетательного закона)

73+138+107+50+42=(73+107)+(138+42)+50=180+180+50=410

***Прибавление суммы к числу.***  
384 + (416 + 548) = 384 + 416 + 548 (на основании следствия сочетательного закона) = (384 + 416) + 548 (сочетательный закон) = 800 + 548 (правило порядка действий) = 1348.   
Итак, правило прибавления суммы можно сформулировать следующим образом: чтобы прибавить к числу сумму, достаточно прибавить к нему одно за другим все слагаемые.

***Прибавление числа к сумме****.*  
1) (337 + 488) + 663 =663 + (337 + 488) (переместительный закон) = 663+ 337 + 488 (правило прибавления суммы) = (663 + 337) + 488 (сочетательный закон) = 1000 + 488 = 1488.   
Примененное здесь свойство сложения формулируется так: чтобы к сумме чисел прибавить число, достаточно прибавить его к одному из слагаемых.

***Сложение с округлением.* *Округление одного или нескольких слагаемых.***Этот прием основан на изменении суммы при изменении слагаемых.   
а) Если одно из слагаемых увеличить (или уменьшить) на несколько единиц , а другое слагаемое оставить без изменения, то сумма увеличится (или уменьшится) на столько же единиц . Округляя слагаемое, мы увеличиваем (или уменьшаем) его, а, следовательно, и сумму на несколько единиц. Чтобы сумма не изменилась, надо уменьшить (или увеличить) ее на столько же единиц.   
1199 + 406 = (1200 + 406) -1= 1605.   
б) Если одно из слагаемых увеличить (или уменьшить) на несколько единиц , другое слагаемое уменьшить (или увеличить) на столько же единиц , а остальные слагаемые оставить без изменения, то сумма не изменится. Перемещаем несколько единиц из одного слагаемого в другое, сумма не изменяется.   
994 + 196 = 994 + 190 + 6 = (994 + 6) + 190 = 1000 + 190 = 1190.   
В том случае, когда одно из слагаемых близко к разрядной единице (на несколько единиц больше или меньше), удобнее заменить его разрядной единицей, а в полученный от сложения результат внести необходимую поправку.   
***Округление уменьшаемого или вычитаемого.***  
Этот прием основан на изменении разности от изменения уменьшаемого или вычитаемого.   
а) Если уменьшаемое увеличить или уменьшить на несколько единиц, то разность соответственно увеличится или уменьшится на столько же единиц. Округляя уменьшаемое, мы увеличиваем или уменьшаем его на несколько единиц, следовательно, и разность увеличивается или уменьшается на столько же единиц. Чтобы разность не изменилась, надо ее уменьшить или увеличить настолько же единиц .   
1)795-246=(800-246)-5=549   
Уменьшаемое увеличено на несколько единиц, разность, записанная в скобках, должна быть уменьшена на столько же единиц.   
2)307-165=(300-165)+7=142   
Уменьшаемое уменьшено на несколько единиц; записанная в скобках разность должна быть увеличена на столько же единиц.   
б) Если вычитаемое увеличить или уменьшить на несколько единиц то разность соответственно уменьшится или увеличится на столько же единиц Округляя вычитаемое, мы увеличиваем или уменьшаем его, а следовательно, разность уменьшается или увеличивается на несколько единиц, чтобы разность не изменилась, надо ее увеличить или уменьшить на столько же единиц   
1)341-199=341-(200-1)=341-200+1=142   
Вычитаемое увеличено на несколько единиц, записанная в скобках разность должна быть увеличена на столько же единиц.   
2)910-514=910-510-4=396  
Вычитаемое уменьшено на несколько единиц, записанная в скобках разность должна быть уменьшена на столько же единиц.

***Округление слагаемых и замена сложения умножением.***На основании определения умножения и свойств изменения суммы при изменении слагаемых можно округлить слагаемые до одного и того же разрядного числа, разрядное слагаемое число умножить на число слагаемых и к произведению прибавить или из произведения вычесть разницу, которая получается в результате замены каждого слагаемого разрядным числом .

77+72+73+75+58=(70х4)+7+3+2+5+58=280+10+7+58=280+(17+3)+55=355

***Распределительный закон умножения по отношению к сложению (умножение суммы чисел на число).***(7+4)х25=7х25+4х25=175+100=275   
Чтобы умножить сумму нескольких чисел на данное число, достаточно умножить каждое слагаемое на это число и полученные произведения сложить.   
К указанному способу по обоснованию приема близок способ вынесения за скобки общего множителя или множимого.   
19х4+19х6=19х(4+6)=19х10=190   
***Распределительный закон умножения по отношению к вычитанию (умножение разности чисел на число).***(25-7)х4=25х4-7х4=100-28=72   
Чтобы умножить разность чисел на какое-нибудь число, достаточно умножить на это число отдельно уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе.   
К указанному способу по обоснованию приема близок способ вынесения за скобки общего множителя.

**Умножение/деление**

***Замена нескольких сомножителей их произведением (сочетательный закон умножения).***17х25х4=17х(25х4) (сочетательный закон умножения) =17х100 = 1700.   
Чтобы перемножить несколько чисел, достаточно отдельные сомножители соединить в группы, произвести умножение по группам, а затем перемножить полученные произведения.

***Перестановка сомножителей* (переместительный и сочетательный законы умножения).**   
4х8х3х25х125=4х25х8х125 (переместительный закон умножения) =100х1000х3 (сочетательный закон умножения) = 300 000.   
Чтобы перемножить несколько чисел, можно поменять местами отдельные сомножители, соединить их в группы, затем произвести умножение по группам и перемножить полученные произведения.   
***Умножение произведения на число.***(40х7х3)х25=40х7х3х25 (порядок действий) = 40х25х7х3(переместительный закон умножения) =(40х25)х7х3 (сочетательный закон умножения) =1000х7х3=21000.   
Чтобы умножить произведение нескольких чисел на какое-либо число, достаточно один из сомножителей умножить на это число и полученное произведение последовательно умножить на другие сомножители.   
***Умножение числа на произведение*.**  
64х(125х7х3)=64х125х7х3(следствие сочетательного закона) =8000х7х3 (сочетательный закон умножения) = 168000.   
Чтобы умножить число на произведение нескольких чисел, достаточно умножить это число на первый сомножитель, полученное произведение – на второй, затем новое произведение – на третий и т.д. до конца.

***Умножение произведения на произведение*.**  
(8х28)х(125х25)=(8х28)х125х25 (умножение числа на произведение) =8х28х125х25 (порядок действий) =8х125х28х25 (переместительность)=(8х125)х(28х25)  (сочетательность) =1000х700=700000.   
Здесь применено следующее правило: чтобы умножить произведение нескольких чисел на другое произведение, достаточно последовательно перемножить все сомножители обоих произведений.

Мы знаем, что если один из сомножителей увеличить в несколько раз, а другой уменьшить во столько же раз, то произведение не изменится. На этом свойстве основывается применение сокращенных способов умножения на 5, 25, 125 и на другие числа, представляющие собой делители числа, изображаемого единицей с нулями.   
***Умножение на 5, 50, 500 и т.д.***Умножение числа на 5, 50, 500 и т.д. заменяется умножением на 10, 100, 1000 и т.д. с последующим делением на 2 полученного произведения. Или: сначала множимое делится на 2, а потом полученное частное умножается на 10, 100, 1000 и т.д.   
1)54х5=(54:2)х(5х2)=270;54х5=(54х10):2=540:2=270;   
2)686х50=(686х100):2=34300;   
3)28х500=(28:2)х(500х2)=14х1000=14000.   
***Умножение на 25, 250, 2500 и т.д*.**При умножении числа на 25, 250, 2500 и т.д. достаточно данное число умножить на 100, 1000, 10000 и т.д. и полученный результат разделить на 4. Или: сначала данное число разделить на 4, затем полученное частное умножить на 100, 1000, 10000 и т.д.   
1)36х25=(36:4)х100=900;   
2)37х25=(36:4)х100+25=925;   
3)84х250=(84:4)х(250х4)=21х1000=21000.   
***Умножение на 125, 1250 и т.д.***При умножении числа на 125, 1250 и т.д. данное число умножают на 1000, 10000 и т.д., полученное произведение делят на 8. Или: данное число делят на 8 и полученное частное умножают на 1000, 10000 и т.д.   
72х125 = (72: 8)х(125х8) = 9х1000 = 9000, или   
72х125 = 72х(100 + 25) =72х 100 + 72: 4х100 = 7200 + 1800 = 9000

Известно, что если делимое и делитель увеличить или уменьшить в одинаковое число раз, то частное не изменится. На этом свойстве основывается применение сокращенных способов деления на 5, 25, 125 и на другие числа, представляющие какую-либо часть числа, изображенного единицей с нулями.   
***Деление на 5, 50, 500 и т.д.***Деление числа на 5, 50, 500 и т.д. заменяется делением на 10, 100, 1000 и т.д. с последующим умножением на 2. Или: делимое умножается на 2 и полученное произведение делится на 10, 100, 1000 и т.д.   
1) 8740: 5 = (8740: 10)х2 = 874х2 = 1748;   
2) 197500: 50 = (197500: 100)х2 = 3950;   
***Деление на 25, 250 и т.д.***При делении числа на 25, 250 и т.д. достаточно разделить его на 100, 1000 и т.д. и полученное частное умножить на 4. Или: сначала делимое умножить на 4, а потом полученное произведение разделить на 100, 1000 и т.д.   
14200: 25 = (14200: 100)х4 = 142х4 = 568;   
***Деление на 125, 1250 и т.д*.**   
При делении числа на 125, 1250 и т.д. достаточно разделить его на 1000, 10000 и т.д. и полученное частное умножить на 8. Или: сначала делимое умножить на 8, а потом полученное произведение разделить на 1000, 10000 и т.д.   
1) 35000: 125 = (35000: 1000)х8 = 35х8 = 280;   
2) 32250: 125 = (32250х8): (125х8) = 258000: 1000 = 258.

***Умножение на 11 и на 111***а) 32 х 11 = 32 х 10 + 32 = 352

б) раздвигаем цифры 3 и 2 вставляем между ними их сумму: 3 5 2  
в) при умножении на 111, допустим 25:  
•раздвигаем цифры множимого;  
•находим их сумму;   
•вписываем её уже 2 раза:   
25 х 111 = 2 7 7 5  
Если сумма цифр двузначного числа больше 10, то делаем так:   
•число десятков множимого увеличиваем на 1,  
•раздвигаем десятки и единицы   
•вписываем единицы суммы десятков и единиц множимого:   
78 х 11 = (7+1) (7+8) 8 = 8 15 8 = 858  
г) чтобы умножить трёхзначное число на 11, нужно:  
•число сотен и единиц оставить на своих местах  
•приписать сумму сотен и десятков множимого  
•приписать сумму десятков и единиц  
115х11=1(1+1)(1+5)5=1265  
***Умножение чётных чисел на 15***Делим число на 2 и прибавляем к искомому числу, затем всё умножаем на 10. Этот приём действует только для чётных чисел. Например:  
14 х 15 = (14 : 2 + 14) х 10 = 21 х 10 = 210  
26 : 15 = (26 : 2 + 26) х 10 = 39 х 10 = 390  
Нечётные представлены в виде суммы слагаемых  
23 х 15 = (22 + 1) х 15 = (22 : 2 + 22) х 10 +15 = 330 +15 = 345

**Умножение на 101, 1001.**

Чтобы умножить число на 101, нужно приписать к нему два нуля и прибавить исходное число. Чтобы умножить число на 1001, нужно приписать к нему три нуля и прибавить исходное число.

25х101=2500+25=2525

13х1001=13000+13=13013

***Округление одного из сомножителей****.*  
Если один из двух сомножителей увеличить или уменьшить на несколько единиц, то произведение соответственно увеличится или уменьшится на число, равное произведению другого сомножителя на прибавляемое или вычитаемое число единиц.   
Рассмотрим четыре случая сокращенного умножения, основанных на этом свойстве.   
а) Округляем множимое до разрядного числа, отнимая от него несколько единиц , затем умножаем отдельно разрядное число и отнятые единицы на множитель и полученные произведения складываем.   
902х7=(900+2)х7=6300+2х7=6314.   
б) Округляем множимое до разрядного числа, прибавляя несколько единиц умножаем отдельно разрядное число и прибавленные единицы на множитель и из первого произведения вычитаем второе произведение.   
397х4=(400-3)х4=400х4-3х4=1600-12=1588.   
в) Округляем множитель до разрядного числа, уменьшая его на несколько единиц, затем отдельно умножаем множимое на разрядное число и на отнятые единицы и полученные произведения складываем.   
28х1004=28х(1000+4)=28х1000+28х4=28112.   
При умножении на 15 умножают на 10 и прибавляют половину полученного произведения:   
468х15=468х(10+5)=468х10+(468х10:2)=4680+2340=7020  
При умножении на 150 умножают на 100 и прибавляют половину полученного произведения:   
18х150=18х100+18х10:2=1800+1800:2=2700  
При умножении на 11 данное число умножают на 10 и к полученному произведению прибавляют данное число:   
57х11=57х(10+1)=57х10+57=570+57=627   
г) Округляем множитель до разрядного числа, увеличивая его на несколько единиц , затем умножаем множимое отдельно на разрядное число и на прибавленные единицы множителя и из первого произведения вычитаем второе произведение.   
42х98=42х(100-2)=42х100-42х2=4200-84=4116   
К этому способу сокращенного умножения подходит умножение на 9; 99; 999; 19; 29; 39; 49; 69; 79; 89; и т.п. При умножении на 9; 99; 999 и т.п. умножают данное число на 10; 100; 1000 и т.п. и из полученного произведения вычитают данное число.   
1)345х9=345х(10-1)=345х10-345=3450-345=3105;   
2)46х99=46х(100-1)=46х100-46=4600-46=4554.   
При умножении на 19; 29; 39; 49; 59; 69; 79; 89 данное число умножают на 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80 и 90 и из полученного произведения вычитают данное число.   
1)48х19=48х20-48=960-48=912;   
2)14х69=14х70-14=980-14=966;   
***Умножение чисел, оканчивающихся на 5, самих на себя***35 х 35 = 3 х 4 и приписываем 5 х 5, т.е. 35 х 35 = 1225